

# Cálculo distancia Tierra-Sol a partir de imágenes de tránsitos planetas interiores (Venus o Mercurio).

Por

Sr. Miguel Ángel Pío Jiménez. Astrónomo Instituto de Astrofísica de Canarias, Tenerife. Sr. Juan Carlos Casado. Astrofotógrafo tierrayestrellas.com, Barcelona.

Dr. Miquel Serra-Ricart. Astrónomo Instituto de Astrofísica de Canarias, Tenerife.

Dr. Lorrain Halon. Astrónomo University College Dublin, Irlanda.

Dr. Luciano Nicastro. Astrónomo Istituto Nazionale di Astrofisica, IASF Boloña.1 – Objetivos de la actividad

Mediante esta actividad aprenderemos a calcular la distancia Tierra-Sol (Unidad Astronómica) a partir de imágenes digitales utilizando el método de la paralaje solar durante el tránsito planetarios (Venus o Mercurio).

Los objetivos que se pretenden alcanzar son los siguientes:

- Aplicar una metodología para el cálculo de un parámetro físico (Unidad Astronómica o distancia media Tierra-Sol) a partir de un observable (imágenes digitales).
- Aplicar conocimientos de Matemáticas y Física (Trigonometría, Álgebra y Cinemática) así como de Astronomía (Leyes de Kepler).
- Conocer y aplicar técnicas de análisis básico de imágenes

(escala angular, medición de distancias,...).

– Trabajar cooperativamente en equipo, valorando las aportaciones individuales y manifestando actitudes democráticas.

## 2 – Instrumentación.

La práctica o actividad se realizará a partir de imágenes digitales obtenidas durante el tránsito de Venus en junio del año 2012 (ver sky-live.tv). Por favor, véase el Glosario de entrega con este documento para una referencia rápida de los términos utilizados, abreviaturas y unidades físicas.

## 3 – Fenómeno.

### 3.1.- Ocultaciones y tránsitos

Una ocultación es la alineación o interposición de un cuerpo celeste por otro visto desde la Tierra. Un tránsito es un fenómeno de ocultación en el que el cuerpo que produce la ocultación es mucho más pequeño que el ocultado. En tal caso no se produce la desaparición del cuerpo más distante, sino un paso o tránsito del primero proyectado sobre la superficie del mayor.

Desde nuestro planeta se pueden observar los tránsitos de los planetas interiores, Mercurio y Venus sobre el disco solar. Mercurio se mueve en un plano que forma  $7^\circ$  con la eclíptica, de manera que la mayor parte de las veces Mercurio pasa «por encima» o «por debajo» del disco solar, sin que se produzca el tránsito. Mercurio suele transitar en promedio unas 13 veces por siglo en intervalos de 3, 7, 10 y 13 años. El último tránsito de Mercurio aconteció el 8 noviembre de 2006.

### 3.2.- Tránsitos de Venus

La explicación de los tránsitos de Venus es análoga a los de Mercurio. Al igual que en el caso de Mercurio, la órbita de Venus también se encuentra inclinada respecto a la de la

Tierra ( 3,4 grados). Si no fuera así, habría un tránsito de Venus cada 584 días (su periodo sinódico, que es el tiempo que tarda Venus en volver a la misma posición con respecto al Sol, visto desde la Tierra).

La Tierra atraviesa cada año la línea de los nodos de la órbita de Venus (ver Figura 1) en torno al 6-7 de junio y al 9-10 de diciembre. Si para esas fechas coincide con una conjunción inferior, se producirá un tránsito. En realidad, los tránsitos de Venus son unos fenómenos extraordinariamente inusuales, ya que en promedio hay dos cada poco más de un siglo. Estos dos tránsitos están separados 8 años y el intervalo entre parejas de tránsitos va alternándose entre los 105,5 y los 121,5 años. En algunas ocasiones, como sucedió en 1388, uno de los tránsitos de la pareja puede no producirse, ya que no coincide con el paso por el nodo. La última pareja de tránsitos de Venus sucedió el 9 de diciembre de 1874 y el 6 de diciembre de 1882.

El último tránsito, visible desde Europa, tuvo lugar el 8 de junio de 2004 (figura 1), y el próximo acontecerá el 6 de junio de 2012. Desde el punto de vista visual, el fenómeno del tránsito de Venus es similar al de Mercurio: Venus se proyecta como un círculo negro desplazándose lentamente sobre el brillante disco solar. Los tránsitos de Venus duran como máximo algo más de 8 horas. Durante el tránsito Venus presenta un diámetro aparente de 61", por lo que resulta perfectamente visible a simple vista con los medios de protección adecuados para la observación solar (filtros adecuados). Además, se produce el denominado efecto de la gota negra cerca de los bordes del disco solar.

-Efecto de la "gota negra". Justo después del contacto interno entre los discos del Sol y Venus, el disco del planeta parece quedarse unido durante algunos segundos al extremo del disco solar, deformándose para adoptar la apariencia de una gota negra (Figura 3). Este fenómeno se vuelve a repetir justo antes del último contacto interno. El efecto de la gota negra

impide cronometrar con precisión los instantes de contacto entre el disco del planeta y el del Sol<sup>1</sup>, y ha sido la causa principal por la que las observaciones llevadas a cabo para determinar la distancia entre el Sol y la Tierra presentarán una cierta indeterminación. A pesar de que este efecto se atribuyó a la atmósfera de Venus usando imágenes del tránsito de Mercurio del satélite TRACE (Transition Region and Coronal Explorer, NASA, USA), se encontró<sup>2</sup> que las principales causas del efecto de la gota negra son la distorsión de las imágenes (debido a la turbulencia atmosférica y la difracción del telescopio) y el oscurecimiento del limbo solar. Esto implica que el desarrollo del efecto de la gota negra, visto por un observador desde la Tierra depende principalmente de las condiciones atmosféricas y la calidad de su instrumento (tamaño y óptica del telescopio usado).

<sup>1</sup> Véanse las indicaciones para aumentar la precisión en determinar los contactos:

<http://www.transitofvenus.nl/blackdrop.html> <sup>2</sup> Véase el estudio científico <http://nicmosis.as.arizona.edu:8000/POSTERS/TOM1999.jpg>-Efecto de la "Aureola de Venus". Durante los tránsitos de Venus se ha observado un arco luminoso, de alrededor de 0,1 segundo de arco de ancho, alrededor de la circunferencia del disco de Venus, que se encuentra parcialmente fuera del limbo solar. Fue descrita por primera vez por el científico ruso Mikhail Lomonosov en la observación del tránsito de Venus en 1761. Justo después de la salida del contacto interior, este efecto aureola se inicia con la aparición de un punto de luz brillante cerca de uno de los polos de Venus. Por lo general, este punto poco a poco se convierte en un fino arco conforme Venus se aleja del sol (ver Figura 4). En la entrada el proceso se producirá en orden inverso. El brillo de la aureola es similar a la de la fotosfera solar por lo que es conveniente el uso de un filtro solar. Sin embargo, sólo puede ser visto en buenas condiciones de observación, utilizando un buen telescopio.

El efecto aureola se debe a la refracción de la luz del sol en la densa atmósfera de Venus. Las condiciones atmosféricas de Venus que determinarán la aparición de la aureola. Si el índice de refracción de su atmósfera es pequeño, la aureola que se romperá en puntos brillantes. Pero si el índice de refracción de la atmósfera es alto, la aureola se extenderá por todo limbo del planeta como un arco completo (ver Figura 4).

### 3.3.- Los tránsitos anteriores

Siglo XVII. El primer tránsito observado de Venus tuvo lugar el 4 de diciembre de 1639. Horrocks, un clérigo de Liverpool (Inglaterra) que había estudiado Astronomía y Matemáticas, pudo seguir el tránsito del planeta cuando éste ya había comenzado.

Siglo XVIII. A principios del siglo XVIII, el astrónomo inglés Edmund Halley propuso aprovechar los tránsitos de Venus para determinar con gran precisión la paralaje solar, lo que permitiría ajustar el tamaño del sistema solar conocido. La paralaje solar es el ángulo que desde el Sol subtiende el radio ecuatorial de la Tierra (Figura 5), y es a partir de él, como determinaremos, más adelante, la distancia Sol-Tierra. Aprovechando el tránsito de Venus que se iba a producir en 1761, astrónomos de todo el mundo, comisionados por sus gobiernos se prepararon para la observación. En total, el tránsito fue observado desde unos 70 lugares distribuidos alrededor del globo terrestre, constituyendo la primera gran empresa científica internacional. Sin embargo, los resultados obtenidos no estuvieron a la altura de las expectativas. El mal tiempo en muchos de los lugares de observación, la dificultad de determinar con precisión la localización geográfica del lugar en que la observación se realizaba y el efecto de la gota negra dificultaron la aplicación del método de Halley (ver apartado 4).

En la observación del tránsito de 1769 hubo 150 observadores oficiales y otros muchos aficionados. Entre los observadores se encontraba el célebre capitán James Cook, que realizaba el

primero de sus viajes.

Siglo XIX. Los tránsitos de 1874 y 1882 fueron también seguidos por cientos de observadores enviados por las academias científicas de multitud de países. El Boletín de la Sociedad Astronómica de Londres recoge que se obtuvieron 3.440 pruebas fotográficas de los distintos aspectos que ofreció el fenómeno.

En el tránsito de 1882, España participó por primera vez de forma oficial, enviando dos grupos de observadores, uno a Cuba y otro a Puerto Rico.

En cualquier caso, el fenómeno de la gota negra volvió a perjudicar las observaciones, por lo que la paralaje solar quedaba determinada entre un valor de 8,790" y 8,880", lo que corresponde a una distancia Sol-Tierra de entre 148,1 y 149,7 millones de km.

Tránsito de 2004. Actualmente el método de la paralaje es obsoleto, y las actuales mediciones efectuadas con sondas espaciales y técnicas de radar cifran la paralaje en un valor de 8,79415" ó 149,59787 millones de km. Durante el tránsito de 2004 se realizaron observaciones y fotografías por todo el mundo, creándose para la ocasión una red educativa internacional para determinar la Unidad Astronómica como experimento académico y conmemorativo.

### 3.4.- El tránsito de Venus de 2012

El tránsito del 5 de junio de 2012 resultará visible totalmente desde el norte de los países nórdicos, extremo Oriente, Rusia oriental, Mongolia, el este de China, Japón, Filipinas, Papúa Nueva Guinea, centro y este de Australia, Nueva Zelanda, oeste del Océano Pacífico, Alaska, norte de Canadá y casi toda Groenlandia. Desde Europa sólo será visible al final del tránsito, cuando amanezca (Figura 6). Después de

este tránsito, habrá que aguardar hasta los años 2117 y 2125 para ver nuevos tránsitos de Venus, esta vez en diciembre.4 – Metodología

#### 4.1.- Métodos para calcular la paralaje solar durante un tránsito de un planeta interior

Existen tres métodos principales para calcular la paralaje solar a partir de observaciones combinadas en dos lugares separados durante un tránsito de un planeta interior. Los cálculos están realizados para un tránsito de Venus pero son perfectamente válidos para Mercurio.

Un principio fundamental a tener en cuenta sea el método que se utilice, es que la obtención de resultados será más precisa cuanto más distantes en latitud se encuentren los dos observadores (por ejemplo, un observador en el hemisferio norte y el otro en el hemisferio sur).

##### I. El método de Halley.

Consiste en observar y comparar la duración total del fenómeno. Para ello se han de cronometrar los instantes de los contactos externos o internos del disco de Venus con el disco solar. Como debe realizarse desde dos lugares en la Tierra donde se pueda observar por completo el tránsito, pueden existir dificultades meteorológicas que impidan la observación (ver Figura 7).II. El método de Delisle.

Consiste en observar y comparar el mismo contacto entre el disco de Venus y el disco solar. Los contactos externos son a menudo difíciles de determinar por lo que se suelen utilizar los internos. Tiene la ventaja sobre el método de Halley que amplía la zona de observación útil a lugares donde sólo uno de los contactos resulta visible.

III. Medición directa de la paralaje diferencial de Venus mediante imágenes.

Para este método son necesarias observaciones simultáneas desde dos localizaciones geográficas diferentes. El observable que se mide es la distancia entre los centros de las sombras de Venus sobre el disco del Sol vistos desde los dos lugares. No se pretende describir el cálculo rigurosamente en éste apartado, pero si se desea conocer mejor, se puede encontrar una descripción del mismo en el Anexo I. Suponemos la geometría del problema definida en la Figura 8. El punto 0 es el centro de la Tierra, C el centro del Sol y V1 y V2 los centros observados de la proyección de Venus visto desde M1 y M2, respectivamente. Los ángulos  $D1$  y  $D2$  serán las separaciones angulares entre los centros de Venus y el Sol vistas desde M1 y M2, respectivamente, es decir, los ángulos de paralaje  $CM1V1$  y  $CM2V2$ . Análogamente, podemos definir los ángulos  $\pi_s$  y  $\pi_v$  como las separaciones angulares entre M1 y M2 vistas desde el Sol y desde Venus, respectivamente, es decir, los ángulos  $M1CM2$  y  $M1VM2$ . Por definición tenemos, donde  $r_T$  es la distancia Tierra-Sol,  $r_{VT}$  es la distancia Venus-Tierra y  $d$  es la distancia entre M1 y M2 en línea recta y en el Anexo II se describe como obtenerla.

Vamos a tomar en cuenta las siguientes aproximaciones:

Como la distancia entre los objetos es muy grande, y el paralaje es muy pequeño, podemos aproximar el valor del seno del paralaje por el del propio ángulo de paralaje, o lo que es lo mismo  $\sin \pi_i \approx \pi_i$

Supondremos que la Tierra, Venus y el Sol están alineados, de manera que  $r_{VT} = r_T - r_v$ , donde  $r_v$  es la distancia Venus-Sol.

Los puntos de observación M1 y M2 están en el mismo meridiano, es decir, M1, M2, C y V en el mismo plano (son coplanarios). También asumiremos que éstos puntos son coplanarios durante todo el tránsito, aunque en realidad esto no es cierto ya que la Tierra rota durante el transcurso del mismo y la geometría del sistema cambia.

Entonces se cumplirá que la distancia entre las sombras de Venus en la superficie del Sol  $\Delta\pi = \pi_v - \pi_s$  y tendremos, y de



aquí se deduce que: y por tanto, que despejando nos queda que la distancia Tierra-Sol en el momento de la observación es, donde  $\Delta\pi$  es la cantidad observable (distancia entre los centros de las sombras de Venus en la superficie solar y debe expresarse en radianes),  $d$  se determina a partir de las localizaciones (ver Anexo II), y el cociente  $d$  entre las distancias Tierra-Sol y Venus-Sol  $d$  podemos deducirlo a partir de las efemérides (ver Anexo III). Si expresamos  $d$  en kilómetros la unidad de distancia Tierra-Sol será también en kilómetros.

El observable  $\Delta\pi$  puede calcularse de dos formas que se describen a continuación.

#### 4.2.- Método 1. Método de "Las Sombras".

Este método consistirá en fotografiar el tránsito desde dos lugares distintos exactamente en el mismo instante, con el mismo tipo de instrumento, de manera que al superponer las dos imágenes se puede medir la distancia angular entre los centros de la sombra de Venus (parámetro  $\Delta\pi$ ). Los detalles del procedimiento a seguir se encuentran en el apartado 5.2.1.

#### 4.3.- Método 2. Método de "Las Cuerdas".

En este caso tendremos en cuenta toda la trayectoria que la sombra de Venus traza sobre la superficie del Sol (ver figura 1), llamando a la línea que une las posiciones del centro de ésta, cuerda M1 o cuerda M2, en función del punto de observación terrestre.

Debido a que la distancia Tierra-Sol varía muy poco en el transcurso del tránsito (la variación es de solo 7.500Km frente a los 150 Millones de Km que es la distancia media Tierra- Sol) entonces podemos suponer que las dos cuerdas son paralelas y ahora el observable a medir no es la distancia entre las sombras instantáneas de Venus sino la distancia entre las dos cuerdas que se forman en la superficie del Sol durante el tránsito (ver Figura 9).

Usando el Teorema de Pitágoras, nosotros podemos escribir las siguientes expresiones: Haciendo uso del teorema de Pitágoras, podemos escribir las siguientes relaciones: donde  $D$  es el diámetro solar. De modo que  $A'B'$  se puede expresar de la siguiente forma: Con lo que, midiendo las líneas  $A_1A_2$ ,  $B_1B_2$  y el diámetro solar  $D$ , obtendremos entonces el paralaje  $\Delta\pi$  según:

### 5 – Cálculos para el Tránsito de Venus del 5/6 de Junio del 2012.

#### 5.1 – Pongámonos en situación.

En éste apartado se pretende ya, por último, hablar específicamente del próximo tránsito de Venus, intentando acercarnos lo más posible a la situación que nos encontraremos en junio cuando nos veamos delante del ordenador, observando el tránsito e intentando, con las imágenes que se tomarán para ello, calcular la distancia Tierra-Sol. Para ello vamos a empezar haciendo una pequeña descripción de la instrumentación que se utilizará para realizar la práctica, así como de los valores de latitud y longitud (aproximados porque puede que cambien ligeramente en la observación final) de los lugares desde donde se tomarán dichas imágenes, y de todos aquellos comentarios y descripciones necesarias para culminar con éxito los cálculos.

##### 5.1.1 – Descripción instrumental y localización de las observaciones.

Como ya se describió anteriormente, para evitar complicaciones en el cálculo, hemos seleccionado dos lugares en la superficie terrestre donde el tránsito fuera visible en su totalidad y que tuvieran coordenadas de longitud similares, y éstos han sido:

Cairns (Australia): Latitud :  $-16^{\circ} 55' 24.237''$  Longitud:  $145^{\circ} 46' 25.864''$

Sapporo (Japón): Latitud:  $43^{\circ} 3' 43.545''$  Longitud:  $141^{\circ} 21' 15.755''$

Con respecto a las imágenes, se tomarán, en tiempo real, con un telescopio marca VIXEN, modelo VMC110L, que tiene una relación focal de f/9.4, equivalente a una focal de 1035 mm, con un apertura de 110 mm, colocando un filtro adecuado para la observación solar. En el foco del telescopio se acoplará una cámara Canon 5D Mark II de 21Mpix.

Con éste Telescopio y ésta cámara, el tamaño de la imagen del sol en el plano de la cámara será de unos 1630 píxeles.

Dado que el tamaño aparente del Sol en el cielo es de 31.5' de arco, la escala angular de la imagen será: El Telescopio se montará sobre una montura denominada "Astrotrack", muy estable y de fácil montaje, que contiene un sistema sencillo motorizado que permite seguir el movimiento solar sin complicaciones.

Y con respecto a la frecuencia en la toma de imágenes, éstas se tomarán con un periodo de 5 minutos durante todo el tiempo que dure el evento, del orden de 5 horas, y tras un procesado simple, se irán colocando en tiempo real en una dirección ftp, que se dará en el momento, de modo que se permita el fácil y libre acceso a las mismas. Cada una de las imágenes tendrá información del tiempo (UT o Tiempo Universal) y lugar en que fue tomada.

5.2 – Descripción general de la forma de trabajo.

En los apartados 5.2.1 y 5.2.2, explicaremos desde un punto de vista práctico, como determinar  $\Delta\pi$  utilizando los dos métodos descritos anteriormente. Recomendamos que si el tiempo lo permite, se utilicen ambos métodos para realizar la experiencia y así comparar los resultados obtenidos.

#### 5.2.1 – Método 1. "Las Sombras".

Partiremos de dos imágenes tomadas en el mismo instante de tiempo (o lo más cercano posible), desde cada una de las diferentes localizaciones. Ahora tendremos que determinar la distancia que hay entre las sombras de Venus.

Para calcular la distancia  $\Delta\pi$  deberíamos alinear las dos imágenes (transformación de rotación y traslación ya que las dos tendrán la misma escala) y realizar la medida de la distancia entre las sombras de Venus con cualquier software de tratamiento de imágenes. Para simplificar el proceso hemos realizado unas transformaciones matemáticas para determinar  $\Delta\pi$  a partir de las coordenadas cartesianas de las sombras de Venus, de una mancha en la superficie solar y los centros del Sol en cada imagen, SIN necesidad de alinear las imágenes. En la figura 7 se presentan las observaciones (simuladas con un software astronómico) del tránsito (hora 0:45UT del día 6 de junio de 2012) realizadas desde los dos puntos de observación de Cairns (Australia) y Sapporo (Japón). Siguiendo los cálculos Anexo IV, el cálculo del observable  $\Delta\pi$ , se determinará a través de la expresión: Sapporo y Cairns, respectivamente, mientras  $(xc1, yc1)$ ,  $(xc2, yc2)$  son las coordenadas del centro del Sol en Sapporo y Cairns, respectivamente, todo referido al sistema de coordenadas S. En nuestro caso, para el día 6 de Junio del 2012 y observando desde Cairns, y Sapporo, ese ángulo vale (ver cálculos en Anexo IV):

$$\theta = 108^{\circ} 4' 17.92''$$

Y sustituyendo: Después de determinar  $\Delta\pi$ , pasaremos a realizar el cálculo matemático que conlleva el método. Siguiendo el Anexo II, el valor de d será:

$$d = 6662,9 \text{ Km}$$

Hay un valor que también se proporcionará en el momento de las observaciones, que es necesario para la realización práctica, que es la relación que existe entre el radio vector que une la Tierra con el Sol y Venus y el Sol ( $r_T/r_V$ ).

$\Delta\pi$  debe expresarse en segundos de arco, por lo que habrá que hacer uso del valor de escala, y después realizar un cambio de unidades de segundos de arco a radianes. Para el caso de las imágenes realizadas con el software astronómico, a modo de

ejemplo, el diámetro del sol, en píxeles, es de 715 píxeles, por tanto, la escala será: Notar que éste es sólo en éste caso, usando los tamaños que aparecen en la figura 11, pues para el momento de la retransmisión, el valor de la escala será el expresado en el apartado 5.1.1):

Considerando que  $r_T/r_V = 1,39759$  a las 0:45 UT (valor que se obtiene de las efemérides, en función del día y de la hora), sustituyendo valores en la ecuación [1] del apartado 4.1. obtenemos, de  $\Delta\pi$  en la expresión anterior, debe estar en radianes, por lo que por eso aparece ese

término  $\pi/648000$ , el cual es necesario utilizar para el cambio de unidades (de segundos de arco a radianes).

#### 5.2.2 – Método 2. “Las Cuerdas”.

Éste método es mucho más sencillo que el anterior ya que sólo hace falta determinar el valor, sobre las imágenes, de la longitud de las líneas o cuerdas que crea la trayectoria de la sombra de Venus sobre la superficie del Sol. Evitamos el problema del método de “Las Sombras” en el que teníamos que tener una sincronización entre los dos lugares de observación, a la hora de la toma de las imágenes, para poder considerar que ambas han sido tomadas en el mismo instante. En el método de “Las Cuerdas” en algún momento del tránsito debe estar despejado “simultáneamente” en ambas localizaciones. Sin embargo, el método de “Las Cuerdas” tiene el problema de que deberemos esperar a que termine todo el tránsito para poder aplicarlo si bien es cierto que si las condiciones ambientales son malas en algún momento y hay algún punto que no se puede tomar, podemos extrapolar la trayectoria con el resto derivando la correspondiente cuerda. Por contra, hay que tener en cuenta que las imágenes de cada lugar habrá que alinearlas perfectamente.

Hacer notar que la longitud de las dos cuerdas no será muy diferente sobre la superficie solar, por lo que hay que tener

cuidado con la medida.

Resumiendo, necesitaremos, como ya se explicó anteriormente, el valor del diámetro solar ( $D$ ), y la longitud de las líneas  $M1$  y  $M2$ , expresadas todas las medidas en las mismas unidades. La longitud de las líneas  $M1$  y  $M2$ , según la imagen, son las que unen  $A1$  y  $A2$  y  $B1$   $B2$ , respectivamente (ver Figura 9), y se pueden medir, tanto en mm como en píxeles, según si la medición se hace con regla tras imprimir la imagen, o con un software de representación y manipulación de imágenes (software propietario, por ejemplo Photoshop o Corel Draw, o incluso el Paint de Windows, y software libre como el Gimp, o cualquier software que permita calcular tamaños de objetos dentro de una imagen). Recomendamos realizar las medidas en píxeles. Para el ejemplo de la imagen (Figura 12), el valor del diámetro del Sol  $D$ , en píxeles, es de 711, la cuerda  $M1$  mide 565 píxeles ( $B1B2$ ), y la cuerda  $M2$  ( $A1A2$ ) 578 píxeles.

A partir de aquí, el cálculo es sencillo. Primero necesitamos calcular  $A'B'$ , donde  $A'B'$  es, según la Figura 9, la distancia que existe entre las dos cuerdas, distancia que está relacionada directamente con el valor de  $\Delta\pi$ . Así, la expresión que usaremos será: donde, de nuevo, el valor de  $r_T$  es la distancia Sol-Tierra,  $d$  es la distancia entre los

observadores, determinada de acuerdo al Anexo II,  $\varepsilon$  es el valor de escala descrito, y la razón

$r_T/r_V$  tiene un valor igual a la media de los valores durante todo el tránsito.

Un factor a tener en cuenta y que no se ha comentado anteriormente es que el valor del radio vector que une la Tierra con el Sol, y su homólogo que une Venus con el Sol, ambos varían con el tiempo debido a que las órbitas tanto de la Tierra como de Venus son elípticas. En el Método 1, al considerar un instante de tiempo fijo (0:45 UT), la relación entre  $r_T/r_V$  es el valor instantáneo de ese momento, pero para

el Método 2, como se considera el tránsito completo, el valor de la relación  $r_T/r_V$  a utilizar es el valor en el punto medio del tránsito. De todas maneras, se puede observar que ambos valores difieren en muy poco pues en un periodo tan corto de tiempo (algo más de 5 horas que dura el tránsito), la variación en la distancia Tierra-Sol es prácticamente despreciable (ver Anexo III).

## 7 – Direcciones de Internet

Transmisión del tránsito en directo a través de Internet: <http://www.sky-live.tv>

Portal de GLORIA: <http://gloria-project.eu>

Predicciones on line del tránsito 2012: <http://www.transitofvenus.nl/details.html>

Información general y datos sobre el tránsito: <http://www.transitofvenus.org>

Métodos seguros para la observación solar: <http://www.transitofvenus.org/june2012/eye-safety>

Datos y predicciones: <http://eclipse.gsfc.nasa.gov/transit/venus0412.html>

Expediciones científicas del grupo Shelios para observar fenómenos astronómicos: <http://www.shelios.com>

Descripción del cálculo expuesto para la paralaje solar con ejemplos: <http://serviastro.am.ub.es/Twiki/bin/view/ServiAstro/CalculTerrasolapartirDeVenus>

[http://www.imcce.fr/vt2004/en/fiches/fiche\\_n05\\_08\\_eng.html](http://www.imcce.fr/vt2004/en/fiches/fiche_n05_08_eng.html)  
Descripción de las Leyes de Kepler: [http://infobservador.blogspot.com/2010/11/las-leyes-de-](http://infobservador.blogspot.com/2010/11/las-leyes-de-kepler.html)

[http://www.portalplanetasedna.com.ar/leyes\\_kepler.htm](http://www.portalplanetasedna.com.ar/leyes_kepler.htm) mediante imágenes. Cálculos detallados.

La determinación de la distancia Tierra-Sol se basa en el efecto de paralaje (como se ha visto anteriormente) por el cual, desde dos localizaciones diferentes, Venus se proyecta en lugares distintos sobre el disco solar. El efecto de perspectiva será tanto más importante cuanto más separados

están los dos lugares de observación y en consecuencia se obtendrá una distancia más precisa. La manera más sencilla es tomar fotografías en el mismo instante desde los dos lugares con un instrumental semejante.

Las observaciones se han de complementar con las leyes de Kepler que describen las órbitas de los planetas alrededor del Sol, que Johannes Kepler (1571-1630) dedujo a partir de numerosas observaciones del movimiento de los planetas. La ley de la gravitación universal, formulada por Isaac Newton (1642-1727), aplicada al caso de dos cuerpos en movimiento en torno a un centro de masas común explica las tres leyes empíricas de Kepler. (ver Anexo IV)

Desde dos localidades diferentes M1 y M2 (ver figura 13) y en el mismo instante de tiempo t, Venus se proyecta en dos posiciones diferentes V1 y V2 sobre el disco solar por efecto de la paralaje.

Figura 13 : Observación del tránsito de Venus por delante del sol desde dos localidades diferentes, M1 y M2 en el mismo instante de tiempo.

El punto O es el centro de la Tierra, C el centro del Sol y V1 y V2 los centros observados de la proyección de Venus visto desde M1 y M2, respectivamente. Los ángulos  $D_1$  y  $D_2$  serán las separaciones angulares entre los centros de Venus y el Sol vistas desde M1 y M2, respectivamente, es decir, los ángulos de paralaje  $CM_1V_1$  y  $CM_2V_2$ . Análogamente, podemos definir los ángulos  $\pi_s$  y  $\pi_v$  como las separaciones angulares entre M1 y M2 vistas desde el Sol y desde Venus, respectivamente, es decir, los ángulos  $M_1CM_2$  y  $M_1VM_2$ .

Dado que los cuatro puntos M1, M2, C y V no están en el mismo plano (el caso más común será no tener las dos localizaciones M1 y M2 sobre el mismo meridiano, ni la Tierra, Venus y el Sol perfectamente alineados), la geometría del problema se complica un poco. En la



Figura 14, se puede ver como la distancia  $\Delta\pi$  entre los dos centros de Venus es precisamente la única cantidad observable, correspondiente a  $\Delta\pi = \pi_v - \pi_s$ , que permite calcular la distancia al

Sol.

La realización práctica de la medida de  $\Delta\pi$  a partir de las dos fotografías se puede hacer midiendo la posición del centro de Venus en cada fotografía en relación a un punto de referencia en el disco solar (una mancha, por ejemplo) y compararlo con el tamaño de este disco. Las medidas sobre las fotografías se realizan en unidades de longitud, en mm por ejemplo, que deberán transformarse a medidas angulares que se puede obtener conociendo el diámetro aparente del Sol y la escala (unidad de longitud/segundos de arco) de las imágenes.

Sean  $(x_1, y_1)$  y  $(x_2, y_2)$  las separaciones en mm entre el centro del disco de Venus y la mancha de referencia en las direcciones horizontal y vertical para cada una de las fotografías.

Las separaciones en segundos de arco se obtienen multiplicando cada una de las cantidades  $x_1$  e  $y_1$ , que se obtienen en píxeles o en mm., por el factor de escala ( $\epsilon$ ) Si las dos fotografías se toman con dos telescopios que proporcionan la misma escala, que es nuestro caso, se puede tomar como punto de referencia el centro del disco solar C. Supongamos que  $r_V$  y  $r_T$  son las distancias entre el centro del Sol y los de Venus y la Tierra, respectivamente, en el momento  $t$  de la observación. Puesto que la proyección  $d$  de la distancia entre  $M_1$  y  $M_2$  en el plano perpendicular a  $OC$  es pequeña en comparación a las distancias Tierra-Sol y Tierra-Venus, podemos aproximar: y la relación  $r_T/r_V$  entre las distancias Tierra-Sol y Venus-Sol, se puede deducir la paralaje  $\pi_s$  y que, conocida la distancia proyectada  $d$  entre las dos localizaciones (ver Anexo II), se puede deducir la distancia  $r_T$ . (En todas estas expresiones los valores de  $\pi_v$ ,  $\pi_s$  y  $\Delta\pi$  vienen dados en radianes. Para

convertirlos a segundos de arco y hacerlos compatibles con los cálculos, sólo se necesita multiplicar por 64800 y dividir por el número  $\pi$ ).

$\Delta\pi$  es la cantidad observable,  $d$  se determina a partir de las localizaciones (ver Anexo II), por lo que la única cantidad que falta para resolver el problema es la relación  $r_T/r_V$  entre las distancias Tierra-Sol y Venus-Sol (ver Anexo III)

Hasta aquí hemos determinado  $\pi_s$  y  $r_T$ , que son la paralaje y la distancia Tierra-Sol en el instante  $t$  de observación.

Determinación de la distancia media

Por otro lado, también podemos determinar la distancia media Tierra-Sol ( $R_T$ ) y la media correspondiente de paralaje  $\pi_0$ , que se relacionan a través del radio ecuatorial de terrestre  $R$ , por:

$$\pi_0 \approx R/R_T$$

y para hacerlo, es necesario hacer alguna consideración adicional.

El término de la distancia media de la Tierra – Sol, que hemos llamado  $R_T$ , también se puede definir como el radio que tendría la órbita de la Tierra si se ésta fuera circular y tuviera el centro en el centro de la elipse que define el órbita real de la Tierra. De esta manera, el valor del semieje mayor de la órbita real,  $a$ , coincide con el valor de  $R_T$  ( $a = 1,000014 R_T$ ), por lo que se puede expresar el valor de la paralaje medio como: donde  $r_T/a$  es la relación entre la distancia Tierra-Sol instantánea,  $r_T$ , y el semieje mayor de la órbita del Sol,  $a$ . Por lo que partiendo de la relación que teníamos, donde decíamos que  $\pi_0 \approx R/R_T$ , se puede despejar el valor de  $R_T$  que sería el valor de la distancia Tierra-Sol media.